

Prueba de Conocimientos Matemáticos

1. Sean m y n números enteros, se puede determinar que $3^{n^2-m^2}$ es igual a 81, si se sabe que:

(1) $n - m = 2$

(2) $\frac{3^n}{3^{-m}} = 9$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

2. Una persona paga en un año \$ 48.000 de interés por un préstamo conseguido al 5% de interés compuesto anual. Otra persona paga el mismo monto, habiendo conseguido un préstamo al 4% de interés compuesto anual. ¿Cuál de los siguientes valores es la diferencia entre los préstamos obtenidos por ambas personas?

- A) \$ 38.400
- B) \$ 60.000
- C) \$ 576.000
- D) \$ 480.000
- E) \$ 240.000

3. En una mesa hay 9 botellas que tienen $1\frac{1}{4}$ litros de jugo cada uno. Se quiere servir jugo en vasos de

$\frac{1}{3}$ litros cada uno. ¿Cuántos vasos llenos se alcanzan a servir?

- A) 33
- B) 30
- C) 27
- D) 10
- E) 34

4. ¿Cuál de los siguientes números es un número irracional?

A) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}$

B) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

C) $(\sqrt{2} + \sqrt{18})^2$

D) $\frac{2 + \sqrt{3}}{4 + \sqrt{12}}$

- E) Ninguno de los anteriores

5. El precio de venta de cierto tipo de televisor es \$ v , con v un número entero. Por error se vendió un cierto número de ellos en \$ e cada uno, con e un número entero menor que v . El vendedor reportó una pérdida total de \$ d , con d un número entero. Respecto a la venta de estos televisores, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones se puede(n) deducir?

I) La cantidad de televisores que se vendieron con el precio erróneo, se representa con la expresión

$$\frac{d}{v - e}$$

II) $v > d$

III) v no es divisor de d .

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo I y II

D) Solo I y III

E) Solo II y III

6. ¿Cuál de los siguientes números es igual al número complejo $\frac{(1-i)^9}{(1-i)^7}$?

A) $-2i$

B) 2

C) $\frac{1-i}{1+i}$

D) 0

E) $2 - 2i$

7. Considere tres números complejos, cada uno con parte imaginaria distinta de cero. Si la suma de estos tres números es cero, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?

I) La parte real de cada uno de los números complejos es distinta de cero.

II) Uno de estos números complejos es el conjugado de alguno de los otros dos.

III) La suma de los conjugados de estos números complejos es cero.

A) Solo I

B) Solo III

C) Solo I y II

D) Solo II y III

E) I, II y III

8. Si se considera que $\log 2 \approx 0,3$ y que $\log 3 \approx 0,5$, ¿cuál de los siguientes valores es igual a $\log \sqrt{6}$?

A) $0,4$

B) $0,65$

C) $0,075$

D) $0,8$

E) $0,15$

9. Si $\log_2(-2x+3p)=3$ y $\log_3(x+2p)=1$, ¿Cuál es el valor de $(x-2p)$?

- A) 3
- B) $\frac{-13}{7}$
- C) $\frac{-27}{7}$
- D) -5
- E) $\frac{-37}{7}$

10. Catalina, Gabriel y Daniela se repartieron \$ 64.800 de tal forma que Catalina recibió $\frac{5}{9}$ del total, Gabriel $\frac{3}{5}$ del dinero sobrante y Daniela el resto. ¿Cuál es la diferencia positiva entre los dineros recibidos por Catalina y Daniela?

- A) \$ 24.480
- B) \$ 7.200
- C) \$ 43.200
- D) \$ 28.800
- E) Ninguno de los valores anteriores

11. En la recta numérica, ¿cuál de los siguientes números racionales se encuentra más cercano al número uno?

- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{4}{3}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $\frac{6}{5}$
- E) $\frac{5}{6}$

12. Si la ecuación en x , $(5x-n)^2=0$ tiene como solución $x=2$, ¿cuál es el valor de n ?

- A) 10
- B) -8
- C) 12
- D) 96
- E) 6

13. A partir de la edad (e) de una persona se puede determinar la frecuencia cardiaca máxima (F_{cm}) medida en pulsaciones por minuto utilizando la siguiente expresión.

$$f_{cm}(e) = 209 - 0,7e$$

Si la frecuencia cardiaca máxima de una persona es 188 pulsaciones por minutos, ¿Cuál es su edad aproximada?

- A) 21 años
- B) 30 años
- C) 42 años
- D) 77 años
- E) 75 años

14. En el sistema de ecuaciones en x e y ,
$$\begin{aligned} px + qy &= p \\ qx + py &= q \end{aligned}$$
, con p y q números enteros positivos,
¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Si $p = q$, entonces el sistema tiene infinitas soluciones.
- II) Si $p \neq q$, entonces el sistema tiene solución única.
- III) El sistema siempre tiene una única solución.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

15. La ganancia obtenida en miles de pesos por la venta de x unidades de cierto artículo se modela mediante la función $g(x) = -(x - 3,2)^2 + 5$.
¿Cuál debe ser la cantidad de artículos vendidos para conseguir la mayor ganancia posible?

- A) 3
- B) 5
- C) 8
- D) 9
- E) 35,96

16. Resolver: $\frac{(a+b)(a^2-b^2)}{b-a}$

A) $a^2 + b^2$

B) $b^2 - a^2$

C) $(a+b)^2$

D) $\frac{a^3 - b^3}{b-a}$

E) $-(a+b)^2$

17. Si para todo número real x se cumple que $(x+p)(x-q) = x^2 - 8x + r$, con p, q y r números enteros y $r > 0$, ¿cuál(es) de las siguientes relaciones es (son) verdadera(s)?

I) $p \neq q$

II) $p < q$

III) $p \cdot q < 0$

A) Solo I

B) Solo III

C) Solo I y II

D) Solo I y III

E) I, II y III

18. ¿Cuál de los siguientes sistemas tiene una única solución?

A)
$$\begin{cases} 4x - 3y + 2 = 0 \\ x - \frac{3}{4}y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

B)
$$\begin{cases} 7x - y = 7 \\ y - 7x = 32 \end{cases}$$

C)
$$\begin{cases} x = 8 \\ y - x = 0 \end{cases}$$

D)
$$\begin{cases} 2x - y = 6 \\ -4x + 2y + 12 = 0 \end{cases}$$

E)
$$\begin{cases} x - y = 10 \\ \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}y = 2 \end{cases}$$

19. ¿Cuál de las siguientes expresiones es siempre igual a $\left(p^{n-m-1}\right)^2$, con $p \neq 0$?

- A) $p^{n^2-m^2-1}$
- B) $p^{2n} - p^{2m} - p^2$
- C) $\frac{p^{n^2}}{p^{(m+1)^2}}$
- D) $p^{(n-m-1)^2}$
- E) $\frac{p^{2n}}{p^{2(m+1)}}$

20. Si $\frac{(p-b)}{5} = \frac{3(p+b)}{20}$, entonces p es **siempre** igual a

- A) $7b$
- B) $-\frac{b}{7}$
- C) $2b$
- D) 0
- E) $\frac{2b}{5}$

21. Si el eje y es el eje de simetría de una parábola asociada a una función cuadrática con dominio el conjunto de los números reales, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) siempre verdadera(s)?

- I) El vértice de la parábola pertenece al eje y .
- II) La recta que pasa por un punto de la parábola y por el vértice de ella tiene pendiente positiva.
- III) Una recta paralela al eje de simetría de la parábola la intersecta en un solo punto.

- A) Solo I
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

22. Un cuadrilátero tiene como vértices los puntos $A(0, 0)$, $B(a, 0)$, $C(a, b)$ y $D(0, b)$. Si a y b son números reales positivos, ¿cuál de las siguientes expresiones representa siempre la suma de las medidas de sus diagonales?

- A) $\sqrt{2(a^2 + b^2)}$
- B) $2\sqrt{a^2 + b^2}$
- C) $2(a + b)$
- D) $2(a^2 + b^2)$
- E) $\sqrt{2}(a + b)$

23. Se puede determinar la medida de los lados de un rectángulo cuyo perímetro es 60 cm, si se sabe que:

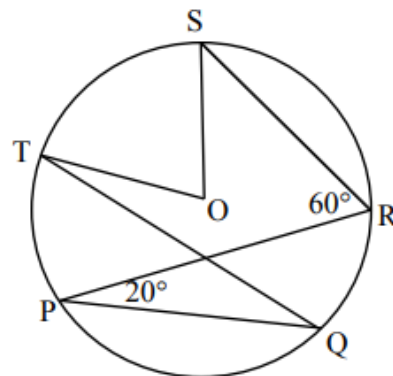
- (1) la medida del lado menor es un tercio de la medida del lado mayor.
- (2) el doble, de la medida del lado menor aumentada en 2,5 cm, es igual a la medida del lado mayor, disminuida en 2,5 cm.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

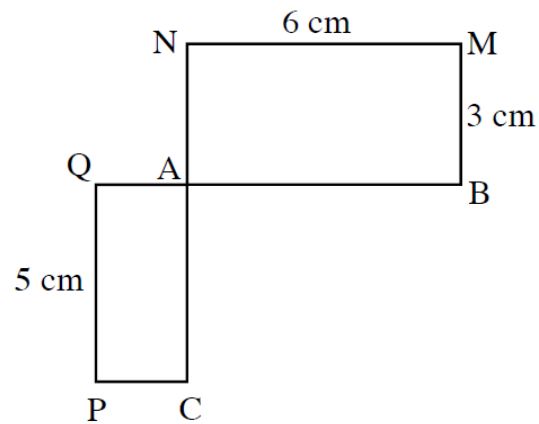
24. En la figura adjunta los puntos P , Q , R , S y T están en la circunferencia de centro O y el arco TP es igual al arco QR .

¿Cuál es la medida del $\angle TOS$?

- A) 20°
- B) 40°
- C) 80°
- D) 160°
- E) 100°



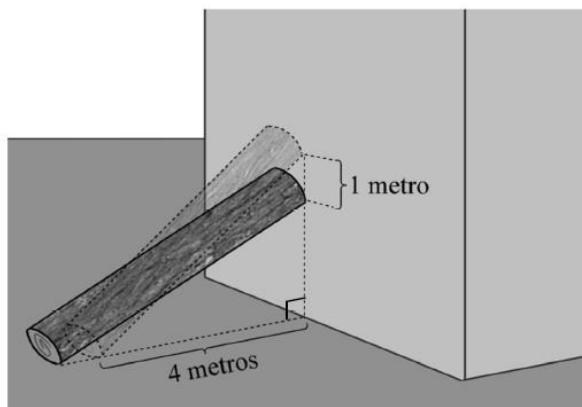
25. En la figura adjunta, $ABMN$ y $ACPQ$ son rectángulos. La longitud de $\overline{AQ}$ es menor que la longitud de $\overline{PQ}$.



¿Cuál de las siguientes medidas debe ser la longitud de $\overline{AQ}$ Para que los rectángulos sean semejantes?

- A) $\frac{2}{5} cm$
- B) $\frac{3}{5} cm$
- C) $2 cm$
- D) $\frac{5}{2} cm$
- E) $\frac{5}{3} cm$

26. Una persona apoya un madero de 5 m de longitud en la pared de un edificio. La distancia del pie del madero a la pared es de 4 m. Se cambia la posición del madero en la pared desplazándolo verticalmente 1 m hacia abajo, como se representa en la siguiente figura:

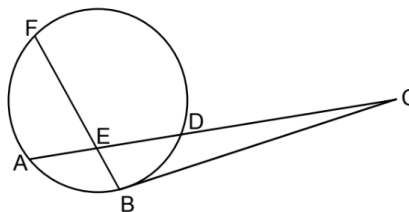


¿Cuántos metros se deslizó el pie del madero respecto a su posición inicial?

- A) $(\sqrt{21} - 4)m$
- B) $1m$
- C) $\sqrt{21}m$
- D) $5m$
- E) $(4 - \sqrt{21})m$

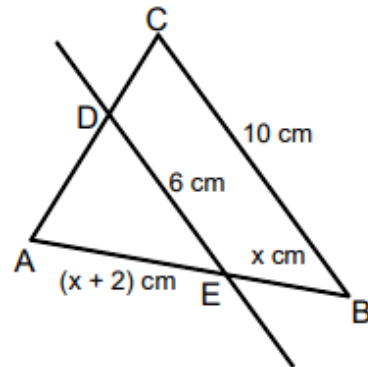
27. En la circunferencia de la figura adjunta los puntos A, B, D y F pertenecen a ella, $\overline{AC}$ y $\overline{BF}$ se intersectan en E, el punto D está en $\overline{AC}$ y $\overline{CB}$ es tangente a la circunferencia en B. Si $\overline{EF} = 5$ cm, $\overline{ED} = 3$ cm, $\overline{AE} = 2$ cm y $\overline{CB} = 6$ cm, entonces $(\overline{DC} + \overline{EB})$ es igual a

- A) $\frac{22}{3}cm$
- B) $(4 + \sqrt{13})cm$
- C) $\frac{26}{5}cm$
- D) $9cm$
- E) $\frac{23}{2}cm$



28. En el triángulo ABC de la figura adjunta, D pertenece a $\overline{AC}$ y E pertenece a $\overline{AB}$. Si $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, ¿Cuál es la medida del segmento $\overline{AE}$?

- A) 5cm
- B) 6cm
- C) 7cm
- D) 9cm
- E) 10cm

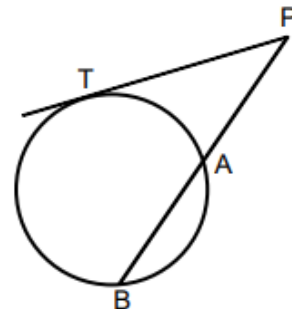


29. Si el punto (a, b) es la imagen que se obtiene al trasladar el punto R según el vector (m, n) , ¿cuáles son las coordenadas de R ?

- A) (am, bn)
- B) $(a - m, b - n)$
- C) $(m + a, n + b)$
- D) $(m - a, n - b)$
- E) $\left(\frac{a + m}{2}, \frac{b + n}{2}\right)$

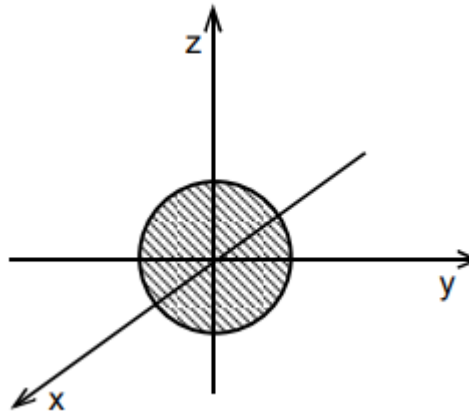
30. En la circunferencia de la figura adjunta la recta PT es tangente a ella en T , la recta PB es una secante, el punto A y el punto B pertenecen a la circunferencia, $PA = AB$, $PT = 10$ cm y los puntos B , A y P son colineales. ¿Cuál es la medida del segmento PB ?

- A) 10cm
- B) $10\sqrt{2}$ cm
- C) $2\sqrt{10}$ cm
- D) 20cm
- E) $\sqrt{10}$ cm

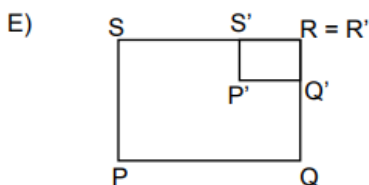
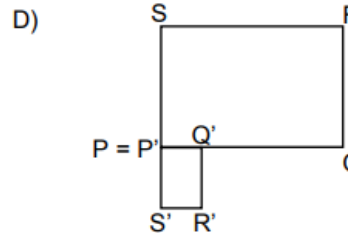
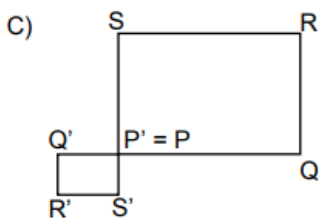
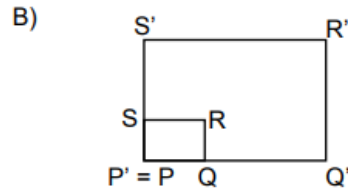
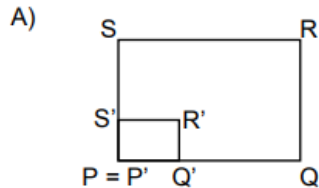


31. En círculo de centro $(0, 0, 0)$ y radio 6 cm de la figura adjunta está totalmente contenido en el plano yz . Si este círculo se desplaza según el vector $(10, 0, 0)$, entonces el volumen del cuerpo generado por el barrido de este círculo es

- A) $120\pi\text{ cm}^3$
- B) $60\pi\text{ cm}^3$
- C) $360\pi\text{ cm}^3$
- D) $216\pi\text{ cm}^3$
- E) $288\pi\text{ cm}^3$



32. ¿Cuál de las siguientes figuras es la que mejor representa al rectángulo PQRS y al rectángulo P'Q'R'S' obtenido por una homotecia de centro P y razón $-\frac{1}{3}$ aplicada al rectángulo PQRS, donde el punto P' es el correspondiente de P, Q' es el de Q, R' es el de R y S' es el de S?



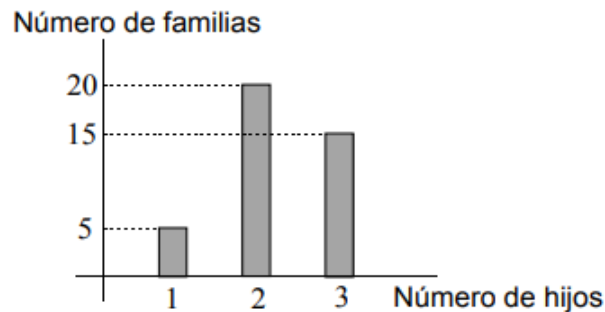
33. Las n personas de un grupo salen al mismo tiempo y desde un mismo lugar hacia un punto determinado. Al término del recorrido estas personas deben pasar, de una en una, por una misma puerta. Si durante el trayecto se retira la décima parte de las personas que salieron del lugar, no reintegrándose al grupo, ¿de cuántas formas distintas se pueden ordenar para cruzar por la puerta las personas que completan el recorrido?

- A) $n! - \frac{n}{10}$
B) $n! - \frac{n}{10}!$
C) $\left(n - \frac{n}{10}\right)!$
D) $\left(n - \frac{1}{10}\right)!$
E) $n! - \frac{1}{10}$

34. En una fábrica de cajeros automáticos la probabilidad de que uno de ellos tenga una falla en su pantalla es $\frac{r}{s}$. Para un control de calidad se seleccionan al azar 10 de estos cajeros de manera independiente, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 3 de ellos tengan una falla en su pantalla?

- A) $\binom{10}{3} \cdot \left(\frac{r}{s}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{r}{s}\right)^7$
B) $3 \cdot \left(\frac{r}{s}\right)$
C) $\left(\frac{r}{s}\right)^3$
D) $\binom{10}{3} \cdot \left(\frac{s}{r}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{s}{r}\right)^7$
E) Ninguna de las anteriores

35. El número de hijos que tienen todas las familias asistentes a una reunión se resume en el gráfico de la figura adjunta.



En relación con este gráfico, ¿cuál es la varianza del número de hijos de este grupo de familias?

- A) $\frac{5 \cdot (1,25)^2 + 20 \cdot (0,25)^2 + 15 \cdot (0,75)^2}{40}$
- B) $\frac{20 \cdot 1^2 + 20 \cdot 0^2}{40}$
- C) $\frac{(1,25)^2 + (0,25)^2 + (0,75)^2}{40}$
- D) $\frac{5 \cdot 1^2 + 20 \cdot 2^2 + 15 \cdot 3^2}{40}$
- E) $5 \cdot (1,25)^2 + 20 \cdot (0,25)^2 + 15 \cdot (0,75)^2$

36. En el experimento de lanzar un dado común tres veces se define la variable aleatoria discreta X como la cantidad de números pares obtenidos. ¿Cuál de los siguientes conjuntos corresponde al recorrido de X?

- A) {2, 4, 6}
- B) {0, 1, 2, 3}
- C) {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- D) {0, 1}
- E) {1, 2, 3}

37. Se realiza el experimento aleatorio de lanzar dos veces un dado común. Si se define la variable aleatoria Y como la suma de los puntos obtenidos, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

- A) $P(Y = 6) = P(Y = 8)$
- B) $P(Y = 1) = 1/6$
- C) $P(Y = 4) > P(Y = 11)$
- D) $P(Y < 7) = P(Y > 7)$
- E) $P(Y \leq 4) = 1/6$

38. En la tabla adjunta se muestra la distribución de todos los datos del ausentismo laboral que se registra durante un año en una empresa.

Cantidad de días de ausencias	Cantidad de trabajadores	Frecuencia relativa de la cantidad de trabajadores
$[0, 3[$	15	Q
$[3, 6[$	5	0,2
$[6, 9[$	P	0,12
$[9, 12]$	2	R

Según los datos de la tabla, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- I) Hubo un total de 25 ausencias durante ese año.
- II) Un 60% de los trabajadores se ausentó menos de 3 días ese año.
- III) 20 trabajadores faltaron menos de 6 días a su trabajo ese año.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

39. ¿Cuántas palabras de 4 letras en total, con sentido y sin él, se pueden formar con las letras de la palabra CUADERNO, si las letras no se pueden repetir?

- A) 32
- B) 8!
- C) 4!
- D) 70
- E) 1.680

40. Jacinta tiene 8 libros de matemática, 7 de literatura y 10 de biología.

¿De cuántas maneras puede escoger 2 libros de cada disciplina para llevarlos al colegio?

- A) $\binom{8}{2} + \binom{7}{2} + \binom{10}{2}$
- B) $\binom{8}{2} \cdot \binom{7}{2} \cdot \binom{10}{2}$
- C) $\binom{25}{2} \cdot \binom{24}{2} \cdot \binom{23}{2}$
- D) $\frac{25!}{19!}$
- E) $\frac{8!}{2!} \cdot \frac{7!}{2!} \cdot \frac{10!}{2!}$

41. Considere los datos de la población $(a + 6)$, $(a + 3)$, $(a + 5)$ y $(a + 2)$, con $a \neq 0$. ¿Cuál es la desviación estándar de estos datos?

A) $a + 4$

B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

C) $\sqrt{2,5} + a$

D) $\sqrt{18,5}$

E) $\sqrt{2,5}$

42. Se hace una encuesta a un grupo de personas y se les consulta si consumen azúcar o si consumen miel. Los resultados obtenidos se resumen en la tabla adjunta.

	Azúcar	Miel
Hombres	25	9
Mujeres	10	18

Si del grupo se elige una persona al azar, resultando que es hombre y ninguno de los encuestados consume ambos productos, ¿cuál es la probabilidad de que consuma miel?

A) $\frac{27}{34}$

B) $\frac{27}{62}$

C) $\frac{34}{62}$

D) $\frac{9}{34}$

E) $\frac{9}{62}$

43. Sean 4,0; 6,0; 4,0; 6,0 y 5,0 cinco notas de estudiantes del 4°A de un colegio y sean 4,0; 4,0; 5,0; 2,0 y 5,0 cinco notas de estudiantes del 4°B del mismo colegio. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A) La media aritmética de las cinco notas del 4°B es mayor que la media aritmética de las cinco notas del 4°A.

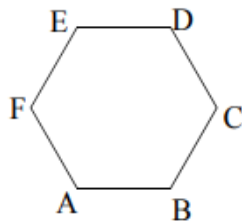
B) La desviación estándar de las cinco notas del 4°A es mayor que la desviación estándar de las cinco notas del 4°B.

C) El percentil 50 de las cinco notas del 4°A es mayor que el percentil 50 de las cinco notas del 4°B.

D) El rango de las cinco notas del 4°B es igual que el rango de las cinco notas del 4°A.

E) Si a las cinco notas del 4°A se le agrega una nota 6,0, entonces el promedio de estas notas no varía respecto a las notas originales.

44. En el hexágono regular de la figura adjunta se marcan al azar tres de sus vértices.



¿Cuál es la probabilidad de que con estos vértices se forme un triángulo equilátero?

- A) $\frac{1}{10}$
- B) $\frac{3}{10}$
- C) $\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{4}$
- E) $\frac{1}{3}$

45. Una población de 2.000 estudiantes de un liceo obtuvo en promedio 575 puntos en una prueba, con una desviación estándar de 100 puntos. Los puntajes de la prueba obtenidos por estos estudiantes se modelan a través de una distribución normal. Según este modelo, ¿cuál es el número de estudiantes que obtuvo al menos 475 puntos y como máximo 775 puntos?

- A) 1.636
- B) 818
- C) 977
- D) 300
- E) 1.136

z	$P(Z \leq z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995

